

## ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Četvrti ispit – 9. rujna 2025.

**Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.** Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Nije dozvoljeno koristiti ništa osim pribora za pisanje i geometrijskog pribora.

**Zadatak 1** Dan je trokut  $\triangle ABC$  takav da je  $\angle BAC = 60^\circ$ . Simetrale kutova  $\angle CBA$  i  $\angle ACB$  sijeku stranice  $\overline{CA}$  i  $\overline{AB}$  redom u  $K$  i  $L$ . Neka je  $I$  središte upisane kružnice  $\triangle ABC$ . Dokažite da je  $|\overline{IK}| = |\overline{IL}|$ .

**Zadatak 2** Neka je  $ABCD$  trapez s osnovicama  $\overline{AB}$  i  $\overline{CD}$  koji nije paralelogram. Pretpostavimo da je

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}.$$

Neka je  $E$  sjecište dijagonala trapeza. Odredite omjer  $|AE| : |EC|$ .

**Zadatak 3** Zadani su pravci  $p, q$  i  $r$ :

$$\begin{aligned} p \dots \frac{x-1}{2} &= \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{0}, \\ q \dots \frac{x-1}{\lambda} &= \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}, \\ r \dots \frac{x}{1} &= \frac{y-1}{\lambda} = \frac{z-2\lambda}{\lambda}. \end{aligned}$$

Odredite (ako postoje) sve vrijednosti parametra  $\lambda \in \mathbb{R}$  za koje sva tri pravca leže u istoj ravnini. Za svaki takav  $\lambda$ , odredite i jednadžbu ravnine u kojoj leže pravci.

**Zadatak 4** Neka je  $\mathcal{P}$  parabola s fokusom  $F$  i neka je  $A$  točka na njenoj direktrisi. Neka su  $K$  i  $L$  dirališta tangenata iz točke  $A$  na parabolu  $\mathcal{P}$ . Dokažite da fokus  $F$  leži na pravcu  $KL$ .

**Zadatak 5** Odredite neku racionalnu parametrizaciju krivulje

$$\mathcal{C} : x^2 - y^2 + 2xy = x + y + 4.$$